- En cada ejercicio **JUSTIFIQUE CLARAMENTE** sus respuestas.
- Enumere todas las hojas y escriba su nombre y apellido en cada una.

Ejercicio 1. Considere la siguiente tabla de datos:

x	0	1	2	3
y	-2	-1.5	-1	0.5

Se desea aproximar los datos con un polinomio de la forma $p(x) = ax^2 + c$.

(a) Escriba la fórmula del error cuadrático para este problema.

(b) Calcule los coeficientes del polinomio que mejor aproxima en el sentido de cuadrados mínimos.

(c) Dé el valor del error para el polinomio obtenido en el inciso (b).

Ejercicio 2. Dada la siguiente integral,

$$\int_1^4 x\, ln(x^2)dx.$$

(a) Aplique la regla compuesta del trapecio para aproximar el valor de la integral, dividiendo al intervalo en subintervalos de longitud $h = 1$.

(b) Determine el mínimo número de subintervalos n necesarios para garantizar que la regla compuesta de Simpson aproxime el valor de la integral con un error menor que $\frac{1}{2}10^{-5}$.

Ejercicio 3. Sean $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ y $b \in \mathbb{R}^3$. Considere el problema $Ax = b$ con

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \beta \\ \beta & 1 & 0 \\ -\alpha & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(a) Calcule la fórmula matricial de iteración del método de Gauss-Seidel.

(b) Pruebe que la matriz $M^{-1}N$ cumple $(M^{-1}N)^2 = 0$.

(c) Demuestre que el método converge en a lo sumo dos pasos, independientemente del punto inicial.

(d) Utilice el método de Gauss-Seidel para hallar la solución al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 3 \\ 3x_1 + x_2 &= 2 \\ -2x_1 + x_3 &= 1 \end{cases}$$

Ejercicio 4. a) Dé la definición de exactitud de una regla de integración numérica. Ejemplifique con la regla del trapecio.

b) Si desea usar $y = ax^b$ como modelo de aproximación, ¿qué transformación debe aplicar a los datos para aplicar cuadrados mínimos con un polinomio de grado 1?

c) Enuncie para qué tipo de matriz puede asegurarse que el método de Jacobi converge.